

Exercice : 1 (4pts)

1) Définir les expressions suivantes. (0,5pt par bonne réponse)

a) Valeur absolue d'un réel a , b) point pondéré, c) vecteur, d) $G = \text{bar}\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$

2) Répondre par vrai ou faux puis justifier si la réponse est fautive. (0,5pt par bonne réponse)

a) $(a - b)^3 = a^3 + 3a^2b - 3ab^2 - b^3$

b) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

c) Si $G = \text{bar}\{(A, 1); (B, -2); (C, 3)\}$ alors $G = \text{bar}\{(A, 3); (B, -4); (C, 9)\}$

d) Si $G = \text{bar}\{(A, 1); (B, -2); (C, 3)\}$ et $H = \text{bar}\{(A, 2); (C, 6)\}$ alors $G = \text{bar}\{(H, 4); (B, -2)\}$

Exercice : 2 (5,5pts)

A) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1) $|2x+3|=1-x$ 2) $E(|-2x+1|)=3$ 3) $|x+1|+|-2x+1|=7$ (2,5pts)

B) Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1) $|x+2| > |x-1|$ 2) $|x\sqrt{x}-1| < 2$ 3) $d(3x; 2) - \sqrt{(2x-1)^2} \geq 3$ (3pts)

Exercice : 3 (3,5pts)

Soient a, b et c trois réels positifs.

1) Développer $(a + b + c)^2$. (0,5pt)

2) $(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}})^2 = 2(a + b)$. (0,5pt)

3) Montrer que $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$ (0,5pt)

4) Démontrer que : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ (1pt)

5) Développer $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ puis en déduire que : $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$ (1pt)

Exercice : 4 (7pts)

Soit ABC un triangle quelconque. Considérons les points I, J, K définis par :

I milieu du segment [AB] ; J barycentre de $\{(B, 3); (C, 1)\}$; K barycentre de $\{(C, 1); (A, 3)\}$.

1°) Faire figure que l'on complétera au fur et à mesure. (0,75pt)

2°) Soit G le barycentre de $\{(A, 3); (B, 3); (C, 1)\}$.

a) Démontrer que les points A, G et J sont alignés. (1pt)

b) Démontrer que les points C, G et I sont alignés. (1pt)

c) En déduire une construction de G. (0,5pt)

3°) Soit E le barycentre de $\{(B, 3); (C, -1)\}$.

a) Exprimer \vec{EI} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} . (0,75pt)

b) Exprimer \vec{EK} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} . (0,75pt)

c) En déduire que E, K, I sont alignés. (0,75pt)

4°) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

a) $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}\| = 21$ (0,75pt)

b) $\|3\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MC} + 3\vec{MA}\|$ (0,75pt)